

1. feladat – matematika (20 pont)

Adott a síkon egy sokszög és a sokszög belsejében egy P pont. Bizonyítsuk be, hogy vannak olyan A és B pontok a sokszög területén, hogy az AB szakasz felezőpontja éppen a P pont lesz.

2. feladat – informatika (összesen 20 pont)

A Fenescrypt™ Extra Szerver 42 egy nagy teljesítményű számítógép, aminek sajátossága az, hogy kizárólag a fenescrypt nyelven írt programokat lehet rajta futtatni. A fenescrypt-ról a következőket kell tudni:

Fenescryptben minden változó egész számokat tárol, azonban nincs semmiféle korlátozás a tárolható számok méretére és nem fordulhat elő túlszordulás. Egy új változót létrehozni vagy egy meglévő változó értékét felülírni az értékadás utasítással lehet. Az értékadás utasítás „<változónév> = <kifejezés>” alakú, ahol <változónév> a létrehozandó vagy felülírandó változó neve, és a változóban eltárolandó értéket pedig <kifejezés> adja meg. A kifejezésben az összeadás (+) és a kivonás (-) operátorokat, zárójelzést, már létező változók értékeit, valamint a 42 konstans értéket lehet használni (és más műveleteket vagy konstansokat nem). Így például ha x és y már létező változók, akkor a következők mind legális értékadás utasítások:

$$\text{foo} = x + 42 + 42 \quad \text{baz} = y - (42 - (x+y)) \quad y = x \quad x = 42-x$$

A program által kiszámolt eredményt a „kiír(<változónév>)” utasítás segítségével lehet kiírni (ahol <változónév> helyére egy már létező változónak a nevét kell írni).

A fenescrypt különleges funkciója az „EMAF(<változónév>)” („Egye Meg A Fene”) utasítás (ahol <változónév> helyére egy már létező változónak a nevét kell írni). Az EMAF utasítás végrehajtásakor a számítógép feldob egy pénzérmét és ha fej az eredmény, akkor nem történik semmi, míg ha írás, akkor a megnevezett változó értékét 13-ra módosítja. A használt pénzérme teljesen igazságos: 50% az esélye annak, hogy a változó értéke 13-ra módosul, továbbá az EMAF utasítás két különböző használatának eredménye független egymástól. Emiatt a gyakorlatban feltételezhetjük, hogy az EMAF utasítás viselkedésében nincsen a végtelenségig fennmaradó szabályosság.

Fenescryptben ciklust létrehozni az { <utasítások> } felez(<változónév>) utasítással lehet (ahol <utasítások> helyén fenescrypt-utasítások egy sorozata, <változónév> helyén pedig egy már létező változó neve áll). Ez egy hátultesztelő ciklus (hasonlóan a C/C++ nyelv do-while ciklusához). Ha x egy tetszőleges változó, akkor a { <utasítások> } felez(x) ciklus végrehajtása során lefutnak az <utasítások>, majd a gép ellenőrzi, hogy x aktuális értéke páros-e: ha páros, akkor elosztja kettővel x értékét és újakezdi a ciklus futtatását; ha pedig páratlan, akkor kilép a ciklusból. Engedélyezett az is, hogy az <utasítások>-ban belső ciklus(ok) legyen(ek) és az is, hogy <utasítások> üres legyen (nulla darab utasításból álljon).

Fenescrypt-ben csak ez a négyféle utasítás használható, a következő példaprogram együtt demonstrálja a használatukat:

```
x = 42
{
  x = x + x
  EMAF(x)
  kiír(x)
} felez(x)
```

Ennek a programnak a futása során először eltárolódik x-ben a 42 érték, majd elindul egy ciklus: a cikluson belül először x értéke x régi értékének kétszeresére állítódik, majd 50% eséllyel x értéke 13-ra állítódik, majd kiíródik x értéke. Ezután tesztelődik, hogy x értéke páros-e, ha páros, akkor x megfeleződik és a ciklus újakezdődik, ha pedig páratlan, akkor véget ér a ciklus. Mivel x megfelezését mindig „visszacsinálja” a ciklus első utasítása, így ez a program néhányszor kiírja a 84 értéket, majd végül előbb-utóbb kiírja a 13 értéket és ezután befejezi a futását. (A kimenet 50% eséllyel lesz „13”, 25% eséllyel „84 13”, 12,5% eséllyel „84 84 13”, ...)

A feladatunk a következő dolgok megvalósítása fenescrypt nyelven:

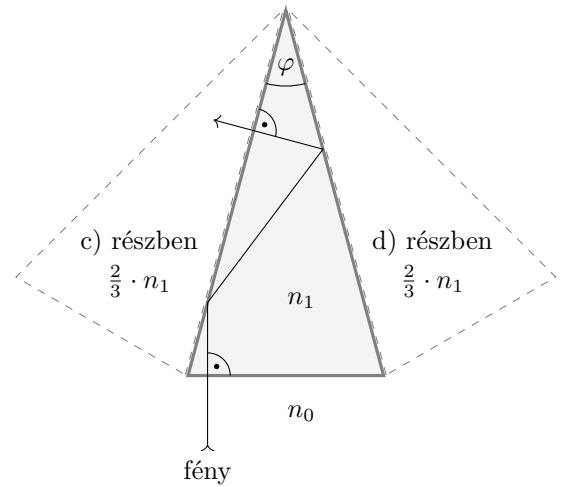
- Írjunk egy programot, aminek a kimenete az „1” szám! (6 pont)
- Írjunk egy programot, ami a négyzetszámok sorozatát írja ki végtelen ciklusban; azaz a kimenete a végtelenségig folytatott „0 1 4 9 16 25 36 49...” lesz! (7 pont)
- Írjunk egy programot, ami szimulál egy szabályos dobókockát, azaz kiír egyetlen 1 és 6 közötti számot és mind a hat lehetőségnek $\frac{1}{6}$ az esélye! (7 pont)

A b) és c) feladatok megoldása közben „fekete dobozként” felhasználható az a) részfeladat: elfogadunk rájuk olyan megoldásokat, amik használnak egy „egyes” nevű változót, aminek 1 az értéke a program futásának kezdetén.

3. feladat – fizika (összesen 20 pont)

Van egy prizmánk, aminek a keresztmetszete egyenlő szárú háromszög alakú. Az ábrán vázolt módon az alsó lapra merőlegesen érkező fénysugár kétszer teljesen visszaverődik a prizma oldalain, majd ez után az oldallapra merőlegesen érkeve lép ki a prizmából. A prizma kívüli környezet törésmutatója $n_0 = 1$, a prizma törésmutatóját pedig jelölje n_1 .

- a) Határozzuk meg a prizma φ törőszögét! (6 pont)
- b) Határozzuk meg n_1 lehetséges legkisebb értékét! (6 pont)
- c) Van egy másik ugyanilyen alakú, ám $\frac{2}{3} \cdot n_1$ törésmutatójú prizmánk, amit szorosan az első prizmánk bal oldalához illesztünk az ábrán látható módon. Merre fog vezetni ekkor a fénysugár útja? (4 pont)
- d) A második prizrát átraktuk az első prizma jobb oldalára az ábrán látható módon. Így merre fog vezetni a fénysugár útja? (4 pont)



4. feladat – kémia (összesen 10 pont)

Ez a feladat a 2017 tavaszi félévbeli fizikai kémia pótZH utolsó feladata kisebb-nagyobb módosításokkal. A megoldásához elegendő az egyetemi tananyagból a következő definíciót ismerni:

Egy mikrokanonikus rendszer entrópiáját a $S = k \cdot \ln \Omega$ képlet adja meg, ahol k egy tetszőleges konstans (a mi esetünkben legyen $k = 1$), Ω pedig a rendszer összes lehetséges állapotának a száma.

A feladatban a magyar Országgyűlést tekintjük mikrokanonikus rendszernek, hogy kiszámolhassuk az entrópiáját. A 199 fős Országgyűlésbe 9 párt jutott be a 2014-es országgyűlési választásokon. Egy párhuzamos univerzumban ezeket a helyeket teljesen véletlenszerűen osztják szét a pártok között. Csak az alapján különböztetjük meg a lehetőségeket, hogy melyik párt hány képviselői helyet szerzett.

- a) Mekkora a rendszer entrópiája? (5 pont)
- b) Hány százalékkára csökken az entrópia, ha tudjuk, hogy az első és a második pártnak csupán 5-5 hely jutott az Országgyűlésben? (5 pont)

A megoldásban a számológépek működési határai miatt az alábbi közelítés alkalmazható: $\ln(n!) \approx n \cdot \ln(n) - n$.

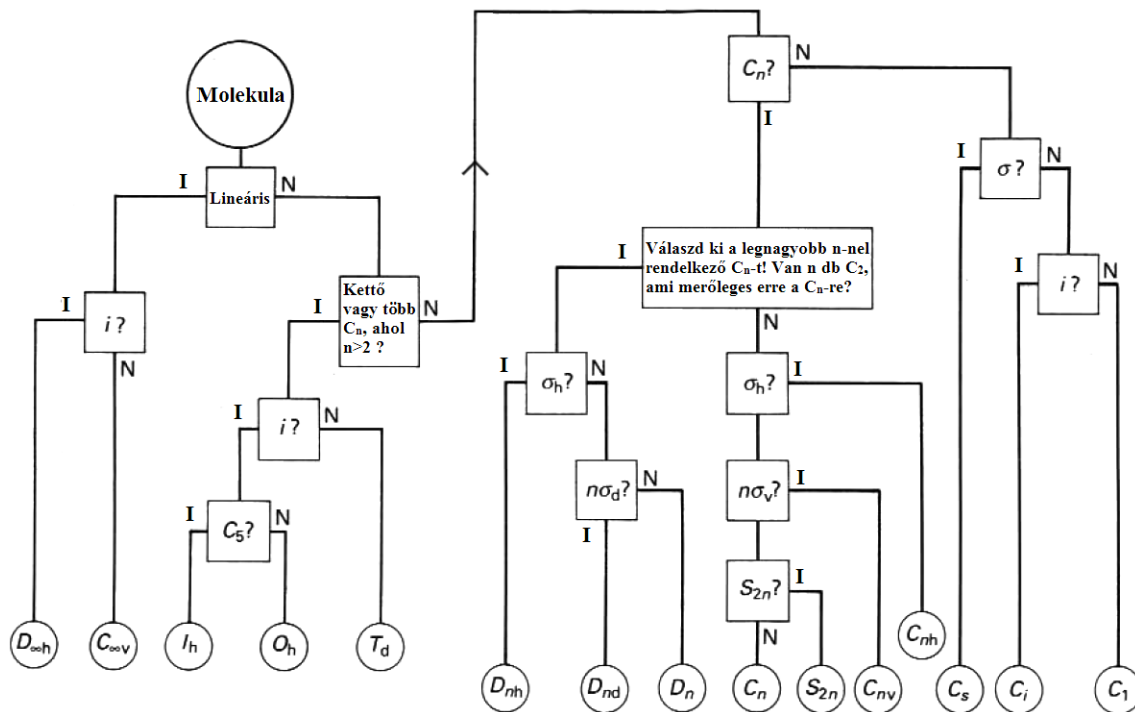
5. feladat – kémia (összesen 10 pont)

Ebben a feladatban molekulákat kell a szimmetriacsoportjaikkal összepárosítani. Ez is az első tanév egyetemi tananyagához kapcsolódik és itt is összegyűjtjük a feladat megoldásához szükséges tudnivalókat.

A következő szimmetriaműveletek előfordulásait kellet majd vizsgálnunk:

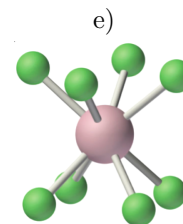
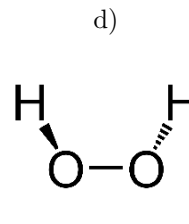
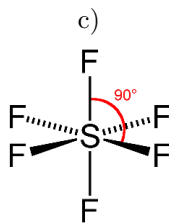
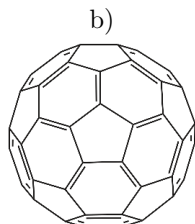
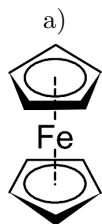
- E – identitás, ezzel minden molekula rendelkezik
- i – inverzió (azaz középpontos tükrözés)
- C_n – $\frac{360^\circ}{n}$ -nel való elforgatás egy tengely körül (ahol $n \geq 2$ egy egész szám)
- σ – síkra tükrözések
 - σ_h – horizontális (vízszintes) tükörsík: a legmagasabb szimmetriájú C-tengelyre merőleges
 - σ_v – vertikális (függőleges) tükörsík: a legmagasabb szimmetriájú C-tengellyel párhuzamos
 - σ_d – diagonális (átlós) tükörsík: a C-tengelyek szögfelezőjében lévő tükörsík
- S_n – tükrözéssel forgatás: egy C_n forgatás és utána egy inverzió

Egy molekula akkor rendelkezik valamilyen szimmetriával, ha annak a szimmetriaműveletnek a molekulára való alkalmazása nem okoz változást (amennyiben az azonos típusú atomokat nem különböztetjük meg). A következő folyamatábra megadja, hogy egy molekula szimmetriacsoportja hogyan határozható meg abból, hogy a molekula milyen szimmetriákkal rendelkezik:



(A folyamatábra forrása: Shriver, Atkins, Langford: Inorganic Chemistry, second edition.)

Mi a következő molekuláknak a szimmetriacsoportja? (2 pont/darab)



6. feladat – biológia (összesen 20 pont)

Ez egy interaktív feladat volt, a versenyzőknek különféle dolgokat mutattak a szervezők és azok megvizsgálása alapján kellett ezt a feladatsort kitölteni.

I. Koponyák

„A” koponya: (4 pont)

a) A nap mely részében volt aktív ez az állat?

b) A koponya adottságai alapján táplálkozású volt? (Húzd alá a választ!)

növényevő

ragadozó

mindenevő

c) Hány lábon járt? (Húzd alá a választ!)

kettő

négy

négy, de rövid távon képes volt két lábon is közlekedni

Hogyan állapítható meg ez a koponya adottságaiból?

.....

d) Halála előtt vagy halála után vesztette el hiányzó fogait? Hogyan állapítható meg ez a koponya adottságaiból?

.....

.....

„B” koponya: (2 pont)

e) A koponya adottságai alapján táplálkozású volt ez az állat? (Húzd alá a választ!)

növényevő

ragadozó

mindenevő

f) Milyen szaglással rendelkezett ez az állat? (Húzd alá a választ!)

nagyon rossz

gerincesek közt átlagos

rendkívül jó

Hogyan állapítható meg ez a koponya adottságaiból?

.....

.....

„C” koponya: (2 pont)

g) Mely gerinces osztály tagja volt a koponya tulajdonosa?

h) A koponya mely jellege utal erre?

.....

(A feladat többi része a következő oldalon van.)

6. feladat – biológia folytatása

II. Röntgenfelvételek:

1. felvétel: (2 pont)

- i) Melyik lábról készült a felvétel? (Húzd alá a választ!) bal láb jobb láb
- j) Milyen elváltozás látható a felvételen? Írd le, hogyan néz ki és a láb mely részénél látod!

.....

2. felvétel: (2 pont)

- k) Milyen „eltérés” látható ezen a lábfelvételen? Írd körül hol látod vagy hogyan néz ki!

.....

.....

- l) Miért jelenik meg a röntgenfelvételen világosabban az a terület, ahol nagyobb a csonttömeg?

.....

III. Kövület: (4 pont)

- m) Milyen élőlény a kövületünk?
- n) Ezt az egyedat melyik országban találták?
- o) Mondj egy földtörténeti kort, amikor éltek ilyen lények!
- p) Hogyan használhatók ezen élőlények és közeli rokonai kormeghatározásra? Milyen tulajdonságaik segítenek ebben?

.....

.....

IV. Minták: (4 pont)

Karikázd be azoknak a mintáknak a sorszámait, amelyeken valamilyen élőlény (nem ember ☺) hatása látható!

1 2 3 4 5 6

Ahol élőlény hatása látható, írd le, hogy milyen élőlény volt és milyen hatást okozott:

.....

.....

.....

.....

.....

Megjegyzés: az, hogy ez a feladat 4 pontot ér, nem jelenti azt, hogy biztosan 4 mintán látható élőlény hatása.