

# BOLYAI KOLLÉGIUM LEVELEZŐS VERSENYE

## 1. FORDULÓ

Beküldési határidő: **2012. november 26.**

A versennyel kapcsolatos további információk a <http://www.bolyai.elte.hu/> honlapon található.  
Beküldési cím és kapcsolattartás: [verseny@bolyai.elte.hu](mailto:verseny@bolyai.elte.hu)

### I. feladat – 10 pont

Nem is olyan réges-régen, egy nem is oly messzi-messzi galaxisban édegett Farkas János, végzős középiskolás. Egy napos októberi vasárnap délután János úgy döntött, hogy sétálni indul. Kilépett a  $8\pi/3$  sz. alatti házukból, végigsétált a macskaköves Kolozsvári utcán, óvatosan lépkedve figyelte az előtte elterülő színes leveleket. Mikor kiért az Euklideszi térre, megakadt a szeme egy mutatónyoson. Egy foltozott fekete frakkot viselt, hosszú ősz haja volt és egy üres kalap előtt állt.

– Fiatalember, engedje meg, hogy fűjjak Önnek egy szappanbuborékot!

Egy mozdulattal gázt engedett egy palackból, és máris százával lebegtek a szebbnél szebb buborékok.

– Nagyon szép, ilyet még nem láttam. Ezek színesek is – mondta János.

– Jó megfigyelés. Hadd mutakozzam be, a Mágus vagyok.

– Mágus. Igazán informatív és cseppet sem közhelyes – mosolyodott el János. – Én Farkas János vagyok.

– S ha már ilyen jó szeme van, feltennék egy kérdést is. Meg tudja esetleg mondani, hogy milyen gázzal fűjtam fel a buborékokat? Annyit segíték, hogy nemesgázzal van szó.

– Ennyiből nem tudom megmondani. Bár, ha jobban meggondoljuk, van egy ötletem.

Egy kicsit nézegette még a körülötte lebegő buborékot, azzal a táskájából elővette a mindig ott lapuló tollat, papírt és a négyjegyű függvényábrázolást, és számolni kezdett.

– Megvan! – kiáltott fel János.

– Hmm. Lenyűgöző. Őszintén szólva nem gondoltam, hogy meg tudja válaszolni. Még senkinek sem sikerült. Ezért jutalmat érdemel.

### I. Milyen gázt használhatott a Mágus? Miért?

– Holnap indulok dél felé. A cél Görögország. Még 7 napom van hátra, elkísérhet, ha gondolja. – mondta a Mágus.

– Miért is ne? A héten amúgy is tanítási szünet van, és eléggé unatkozom.

– Rendben. Akkor holnap 6:00-kor ugyanitt. De ne egy szokványos Last Minute útra számíton. Ez egész más lesz. Minden jót holnapig!

A Mágus felkapta kalapját és a gázpalackot és úgy eltűnt, mintha ott sem lett volna.

– Huhh, a tárcám megvan még – kapott hirtelen Jancsi a zsebéhez. – Máskor nem kellene szoba állnom ilyen kétes alakokkal, biztosan átverés az egész. Bár a feladat amit adott, viszonylag érdekes volt. Azért reggel eljövök, megnézem itt lesz-e. – Gondolta, és elindult hazafelé.

**II. feladat – 14 pont**

Másnap reggel az indulás előtt Jancsi nekiállt elkészíteni az uzsonnát. Mivel nem találta az alufóliát, kutakodni kezdett a fiókban és egy fehér dobozra lett figyelmes. A felirata ciklodextrin volt. Azonnal eszébe jutott, hogy mit tanult ezekről az érdekes molekulákról a kémia órán:

*„A ciklodextrinek természetes molekulák, melyek  $\alpha$ -D-glükóz egységekből állnak. Ezek [1,4]-kötésekkel kapcsolódnak össze egy gyűrűvé. A gyűrűben található monoszacharid egységek számától függően beszélhetünk  $\alpha$ -,  $\beta$ - vagy  $\gamma$ -ciklodextrinről. Ezeknek a molekuláknak az a különlegessége, hogy amíg a poláris hidroxilcsoportok „kifelé néznek”, a gyűrű belseje felé apoláris részek helyezkednek el, ezáltal képesek egy „vendégmolekulát” megkötni a belsejében.”*

János ekkor eltűnődött azon, hogy hogyan is használhatná fel ezt a csodálatos anyagot az uzsonna elkészítéséhez.

– Mielőtt rászórom a vajaskenyérre, meg kellene gondolnom, hogy mi is ez.

**II. a) Vajon milyen kölcsönhatás tartja a vendégmolekulákat a gyűrűk belsejében?****II. b) Milyen típusú molekulák jöhetnek szóba „vendégként”?**

Az jutott eszébe, ha sokáig tart az utazás, hosszú idő után a tea esetleg elvesztheti a frissességét.

*A gyógyszeriparban, az illatszeriparban, de élelmiszereknél is szívesen alkalmazzák a ciklodextrineket különböző hatóanyagok hordozására. Egy teakeverékben a fahéjaldehidet ((2-transz)-3-fenilprop-2-énal) szeretnék használni ízanyagként.*

**II. c) Miért előnyösebb a ciklodextrinben kötött anyag a tiszta formában alkalmazott aromaanyaggal szemben?****II. d) Rajzoljátok fel a fahéjaldehid molekulát, és jelöld meg rajta azokat a helyeket, ahol a hosszú tárolás közben, levegőn, napfényben elváltozások következhetnek be!****II. e) Teafőzésnél hogyan jut ki az aromaanyag a gyűrűből?****II. f) János sajnos elfelejtette a  $\beta$ -ciklodextrin képletét, és ez rendkívül zavarja. Segítsetek neki!****II. g) Egy ánizsillatú illatszer  $\beta$ -ciklodextrinben kötött anizolt (fenil-metil-éter) tartalmaz. János meg szeretné állapítani, hogy a  $\beta$ -ciklodextrint hány monoszacharid-egység alkotja. Bemér 563mg illatanyagot, vízben oldja, majd egy megfelelő enzimmel a glikozidkötéseket elhidrolizálja. Ezután az oldathoz ammóniás ezüst-nitrát oldatot ad és melegíteni kezdi. A levált ezüstöt kiszűri és megméri. Tömege 648mg-nak adódott. Ezek alapján állapítsátok meg a  $\beta$ -ciklodextrin szerkezetét, majd írjátok fel a lejátszódó reakciók rendezett egyenleteit!**

János egy késsel véletlenül elvágta a kezét pakolás közben. Le szeretné fertőtleníteni, de fél attól, hogy az alkoholos (vagy a kálium-jodidos) jódoldat csípni fogja a sebet. Tudja, hogy tiszta vízben nem oldódik eléggé a jód, ezért azzal nem próbálkozhat. Hirtelen eszébe jutott valami, ami megoldhatja a problémát.

**II. h) Mi jutott eszébe, és ez hogyan (miért) segít rajta?**

„Az „instant alkoholpor” gyártását már 1969-ben szabadalmaztatták. De hogyan is működik ez a dolog? Talán nem is olyan meglepő: A  $\beta$ -ciklodextrin képes saját tömegének több mint 50%-át felvenni alkohol formájában, így egy olyan porszerű termékhez jutunk, melyet vízben oldva alkoholos italhoz jutunk, ugyanakkor – mivel nem folyadék –, nem vonatkoznak rá az alkohollal kapcsolatos korlátozások.”

**II. i) Hány etanol molekula jut egy-egy monoszacharid egységre, ha az adott  $\beta$ -ciklodextrin minta tömege alkohollal való kezelés után 26,75%-kal nőtt?****II. j) Hány gramm „instant alkoholporra” és mennyi szénsavval dúsított vízre van szükség 0,5l 5V/V%-os sör készítéséhez, ha az etanol sűrűsége  $0,789\text{g/cm}^3$ , a szénsavas víz sűrűsége  $1,06\text{g/cm}^3$  és az így készült sör sűrűsége  $1,04\text{g/cm}^3$ ?**

Végül sikerült mindent összekészítenie, így már nyugodtan elindulhatott az utazásra.

**III. feladat – 11 pont**

Mikor Jancsi kiért az Euklideszi térre, a Mágus már várta.

– Jó reggelt! – köszönt rá a Mágus. – Felkészült az útra?

– Fel, fel. Összepakoltam mindent, amire szükségem lehet. Nálam van az útlevelem, a tárcám, készítettem uzsonnát és innivalót is. De nem hoztam zsebkendőt, Mágus Úr!

– Tessék?

– Tudna esetleg adni egy zsebkendőt?

– Persze. Egy kicsit lehet, hogy kloroformos.

– Nem baj, nem vagyok finnyás.

Jancsi egy réten ébredt fel. Miután nyugalmát megőrizve ellenőrizte, hogy megvan az összes táskája, pénze és szerve, rövid sétára indult.

Jancsi a réten furcsábbnál furcsább növényekkel találkozott. Köztük volt a képen látható kereklevelű harmatfű (*Drosera rotundifolia*) is.

**III. a) Milyen élőhelyen lehet Jancsi, ahol rovaremészítő növényekkel találkozott?**

Az érkezése után nem sokkal Jancsi felkerekedett és bejárta a vidéket, ahol további hűsevőkkel: kancsókával, hízókával és a vénusz légycsapójával találkozott.

**III. b) Vajon miért alakult ki ez a táplálkozási forma a növényvilágban?**

Séta közben megfigyelte, ahogy a harmatfüvek mirigyszőrei közé akadt rovarokra a tentáculumok rágöngyölödtek.

**III. c) Melyik két helyzetváltoztató mozgás jellemző a harmatfüvek zsákmányszerzésére?**

|| Ezalatt Jancsi azon gondolkodott, hogy miben hal meg a foglyul ejtett rovar.

**III. d) Válaszoljátok meg a kérdését!**

|| Jancsi kíváncsi volt, vajon megindul-e az emésztés folyamata apró kavicsok és ágacskák hatására. Azt tapasztalta, hogy amikor ezek a dolgok rákerültek a növény levelére, a tentákulumok először odafordultak, majd „csalódottan” visszahajoltak. De hamarosan eljött az ebédidő és Jancsi elmajszolt egy szendvicset. Néhány sajt és sonka darabka a drosera levelére hullott, ahol lassan a morzsákra hajoltak a mirigyszőrök és megkezdték az emésztést.

**III. e) Milyen mechanizmussal ismeri fel a növény a táplálékát?**

|| Jancsi korábban úgy tudta, hogy a húsevő növények minden csapdába esett élőlényt elfogyasztanak. A túra alatt mégis arra lett figyelmes, hogy egyes kancsóka fajokban pókok falatoznak, vagy denevérek alszanak.

**III. f) Összefoglaló néven, milyen populációs kölcsönhatás lehet a növények és az említett állatok között, és melyik állatfaj és hogyan képes kihasználni a kereklevelű harmatfü életmódját?**

|| Ekkor Jancsi meglátta a Mágust.  
 – Hol vagyok? Hogy kerültem ide? – faggatózott.  
 – Csak szépen sorjában kedves barátom. Már Görögország területén vagyunk, ha tanácsolhatok valamit, máskor nem kellene kloroformos zsebkendőbe orrot fűjnia.  
 – Értem. És mit csinálunk itt? Unatkozni otthon is tudok.  
 – Először is sétáljunk át az erdőn keresztül a szomszédos rétre. Ott vannak csak igazán érdekes növények.

**IV. feladat – 7 pont**

|| A réten alattomos hifákat növesztő gombák élnek, amelyek toxikus anyagokat bocsátanak ki. Ezek az anyagok halálosan mérgezők a kockásliliomra és a zöld levelibékákra.

**IV. a) A kockásliliom sejtjeiben gátolják az ATP-függő protonpumpák működését. Mely sejtalkotók nem képesek így működni, és mely anyagcsere-útvonalak fognak zavart szenvedni a sejtben? Milyen toxikus folyamatok fognak lejátszódni? Milyen külső változás figyelhető meg a növényen? Részletezzétek a folyamatokat!**

**IV. b) A békák sejtjeiben a vezikulák lefűződésében résztvevő fehérjék szintézisét gátolja a gomba mérge. Miben hal meg a béka? Fejtsétek ki!**

**IV. c) Hogyan tudja megmérgezni a gomba a liliomot és a békát is?**

|| – Azt javaslom, ma éjszakázzunk itt, utunkat majd holnap folytatjuk.

**V. feladat – 14 pont**

János és a Mágus másnap reggel korán felkeltek, megették a szendvicseket, melyeket János ciklodextrinnel tartósított.

– Szóval szeretné jobban megismerni a görög történelmi emlékeket, ugye? – kérdezte a Mágus.

– Persze, ezekre mindig is kíváncsi voltam.

– Ez esetben menjünk el a szomszéd városkába.

A város szélén láttak egy embert, aki egy hatalmas sziklát görget fel egy hegyre, majd mikor a szikla már majdnem fenn van a tetején, ereje elhagyja, és a szikla visszagurul az aljára.

– Furcsák ezek a görögök – mondta Jancsi.

– Egy példa alapján hiba lenne általánosítani, bár igaz, ami igaz, sok érdekes dolog van errefelé – válaszolt a Mágus.

Jancsi meglepődve tapasztalta, hogy sem a városkán, sem az emberek öltözetén nem látszik, hogy 2012-t írnak. Az egyik kis utcácskába fordulva megláttak egy teknősbékát, amelyik az egyik falnak dőlve zokogott.

– Egy ember köveket görget, mindenki ókori ruhában van, most pedig sírni látok egy teknősbékát.

Lehet, hogy megártott a kloroform – gondolta János.

– Mi lehet a baja a teknősnek? – kérdezte a Mágust.

– Nem tudom, kérdezzük meg.

Kiderült, hogy filozófusok arra bíztatták a teknőst, hogy fogadjon a város leggyorsabb futójával, bizonyos Akhilleusszal, hogy hiába fut Akhilleusz gyorsabban, soha nem éri utol a teknőst, ha az kap egy méter előnyt. A teknős persze elbukta a fogadást, ezért sopánkodott. Mire elkezdtek volna vigasztalni a teknőst, a semmiből hirtelen zenét hallottak.

– Mi ez? – kérdezte a Teknős.

– Ezt ismerem. Ez a Vízipók-csodapók főcímdala! – lelkesedett Jancsi.

Ezután megjelent maga a Vízipók. A Mágus és János meghökkenve bámultak.

– Kezeiket pókolom! – köszöntötte őket a Vízipók. – Semmit se búsulj teknős. Megvédem a becsületedet! Majd lefutom én Akhilleuszt, legyen akármilyen gyors.

– Á, nincs esélyed. Ilyen gyors futót még nem látott a világ. – válaszolt csalódottan a Teknős.

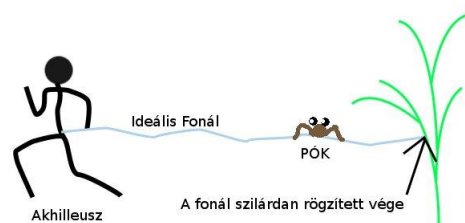
– Többet ésszel, mint erővel. Ariad József fonálszakértő nejétől vettem egy fonalat. Ez egy varázsfonal. A rajt után gyorsan egyik végét Akhilleuszra, másik végét egy fához kötöm, én pedig ráállok, és azon futok majd, így Akhilleusz annál jobban húz maga után, minél közelebb érek hozzá...

– Akhilleusz megérzi, ha rákötöd – mondta a Teknős.

– Dehogy! Ahogy mondtam, ez egy varázsfonal a következő tulajdonságokkal: nem hat erővel arra, aki kihúzza, nem szakad el, tetszőlegesen hosszúra nyúlik, még hozzá lineárisan.

– Á, már értem a tervet, szóval az lenne a kérdés, hogy ha Akhilleusz állandó sebességgel fut, te pedig nem a földön, hanem a mozgó és nyúló fonálon futsz utána, a fonálhoz képest állandó sebességgel, akkor utol tudod-e érni? – kérdezte Jancsi.

– Szerintem sétálva is beérhetem! – válaszolta magabiztosan a Vízipók.

**V. Vajon igaza van-e? Sétálhat-e olyan lassan, hogy nem éri utol a Vízipók Akhilleuszt?**

A versenyt végül valóban a Vízipók nyerte, Akhilleusz elkeseredetten távozott. János elérkezettnek látta az időt, hogy feltegyen egy kérdést a Mágusnak, mely már régóta foglalkoztatta.

– Kedves Mágus Úr, nekem van egy sejtésem. Méghozzá az, hogy amíg aludtam nem csak térben utaztunk, de időben is.

– Ön figyelemre méltó szellemi képességekkel rendelkezik – hüledezett a Mágus. – Valóban ez történt. A kirándulás további részében oda ugorhatunk, ahová csak óhajtja.

– Ez kiváló! Rengeteg ötletem van. Szívesen elutaztam volna a 19. századi Európába, de ha már itt vagyunk, kíváncsi lennék arra is, mi lesz a sorsa a sok-sok szobornak és épületnek, amit itt látunk.

– A két dolog nem zárja ki egymást, a műkincsek jó része úgy is Párizsba kerül majd. Irány a francia főváros! – kiáltotta lelkesen a Mágus.

– Remélem kloroform nélkül is meg lehet oldani az ugrást, mert őszintén szólva nem volt túl kellemes.

– Persze. Induljunk hát!

## VI. feladat – 10 pont

Megérkezve Párizsba, hogy elvegyüljenek és alaposan utána tudjanak járni a dolgoknak a Mágus és János régész vendégprofesszornak és tanítványának adták ki magukat. Elsőként meglátogatták az egyik legrangosabb francia egyetemet, az École Normale Supérieure-t, ahol találkoztak egy olasz történészprofesszorral. A professzor úr, miután megtudta, hogy János és a Mágus nem csak franciául, de angolul is beszélnek, örömeiben ugrálni kezdett és előadta a következő problémát:

*„Párizs mellett szeretnénk megtalálni egy római kori utat (kavics alapozású, bazalt kockakövel kirakott szilárd burkolatú út), és egy templom eltemetett pincéjét (ezek belseje üreges szokott maradni, a templom pedig már nem áll). Kijelöltük ősi leírások és más ásatások eredményei alapján a célterületet, ami egy (vízszintes) sík rét. Az alapkőzetet homok és agyagrétegek jellemzik, valamint a területen őshonos védett növények miatt nem lehet kutatóárokot létesíteni. A növényzet károsítása (praktikusan ásás, fúrás) nélkül kellene meghatározni a keresett objektumok helyét.”*

**VI. Ismertessetek olyan módszert vagy módszereket, amik alkalmasak a feladatra! Használhatóságukat indokoljátok pár mondatban, esetleges korlátaikat is ismertessétek, ha vannak! (Maximum 3 módszert alkalmazhattok, akkor jár maximum pont, ha legalább ez egyik módszer nagy biztonsággal képes lehatárolni a keresett objektumokat. A módszerek a jelenkor (2012) vívmányait is alkalmazhatják.)**

János ötleteivel – használva a modern természettudományok vívmányait –, a professzor problémáját sikeresen megoldották.

**VII. feladat – 5 pont**

János és a Mágus is kiválóan érezték magukat, ezért úgy döntöttek, elidőznek egy keveset ebben a korban. A siker híre hamar elterjedt az egyetem többi tanszékén is. Pár nap múlva egy másik professzor fordult hozzájuk, segítséget kérve.

Egy francia tengerész naplójának néhány sorát kellene kiegészíteni:

*„1804....., Falkland-szigetek: Készülődünk. Isidore Marie Auguste François Xavier Rimbeadouésiaoux admirális teljes harckészültséget rendelt el, holnap hajnalban támadunk. Az idő tiszta, a látási viszonyok jók, tüzeink a legkiválóbbak az óceánon, az angolok megnézhetik a tenger fenekét.*

*1804....., Falkland-szigetek: Egy órával napkelte után tüzet nyitottunk az ellenségre. Mindhiába. A lövegeink célt vétenek. Rendre pár száz méterre a célponttól balra esnek vízbe a lövedékek. Elvesztünk.*

*A Jó Isten segítségünkre sietett. Az egyik tüzér rájött, hogy .....*”

Mint a történetből megtudták, a franciák győzelmet arattak, több angol hajót is elsüllyesztettek, sokat harcképtelenné tettek, így az angolok kénytelenek voltak visszavonulni.

**VII. Rekonstruáljátok a történeteket, miért tévesztettek célt a franciák?**

János kis gondolkodás után ezt a kérdést is sikeresen megválaszolta, de mivel alapvetően a természettudományok érdeklik, később kémiai problémák megoldását tűzte ki célul, a kor tudását és lehetőségeit használva.

**VIII. feladat – 8 pont**

1866 novembere volt, egész Párizs lázasan készült a közelgő világkiállításra. János a Mágussal eközben a Sorbonne Egyetem kutatólaborjában dolgozott. Kint zuhogott a hó, ráadásul minden körülmény ideális volt sétára a jövőbeli Eiffel torony helyén... Egészen addig, míg magából kikelve be nem lépett a főnöke:

– Ezt nem tudom felfogni, egyszerűen nem hiszem el! Ilyen balfácánok kezébe is kerülhet a tudomány, mint ez a senkiházi Kekulé. Azt állítja, hogy megálmodta este a kandalló mellett a  $C_6H_6$  szerkezetét. Akkora örültségeket állít, játszadozó majmok és egymás farkába harapó kígyók szerepeltek az álmában. Hovatovább azt írja – kezében papírköteget szorongatva tajtékzik – hogy a szomszédos szénatomok között nincs lokalizált kötés! Ki hallott már ilyet, hát mitől kötés a kötés, ha nem ettől?!

Azt javaslom, ha még ma haza akarsz érni, hogy nézz utána a benzollal kapcsolatos kísérleti eredményeknek (azonos kötéstávolság, egyszeresen és többszörösen szubsztituált származékok mennyiségi eloszlása) és javasoljatok egy logikusabb szerkezetet, mint ez itt! Mentsétek meg ettől a német fafejűtől a francia diákságot!

### VIII. a) Javaslatok (a kor ismereteinek megfelelően?) logikusabb szerkezeti képletet a benzolnak!

Ráadásul épp tegnap gyanúsította meg Jancsit Pierre, a labor rendjére legjobban odafigyelő francia munkatársa, azzal, hogy lopott az egyik üvegcsőben található vegyszerből. A történet szerint rendet rakott a vegyszeres szekrényben, amikor levette az üveget a polcról, kinyitotta (fehér kristályokat látott benne), majd elfelejtette bezárni, és amikor másnap reggel vissza akarta pakolni, megdöbbenven vette észre, hogy az üveg kiürült. Pierre egyből meggyanúsította Jancsit a vegyszer elcsenésével és mivel biztos alibije nincsen arra az estére, ki kell találniuk egy jobb magyarázatot!

Egy kis nyomozással már kiderítették, hogy a csak szénből és oxigénből felépülő vegyületek között tartotta a megbízható Pierre az üvegcsőét.

### VIII. b) Mi lehetett benne? Hogyan tudja Jancsi és a Mágus tisztára mosni a hírüket?

Az esetnek végül szerencsés kimenetele lett, hőseink bebizonyították, hogy a vádak hamisak. A kedélyek lenyugvása után János így szólt a Mágushoz:

– Eleinte érdekes volt itt, látni azt a rohamos fejlődést, amin keresztül megy ez a város és a tudomány.

De kezdem kényelmetlenül érezni magam: gyanúsítgatnak azzal, hogy tolvajok vagyunk, olyan elméleteket kellett gyártanunk a benzolról, amiről úgy is kiderül majd, hogy hamis. Ezenkívül még primitív kérdésekkel is zaklatnak. Azt hiszem, mennünk kellene.

– Ahogy gondolja, fiatalember. És hová parancsol?

– A jövőbe is el tud vinni, Mágus? Láttam a görögöket régen, nagyot alkottak. Még a teknős is. Kíváncsi vagyok, mi történik velük.

– A dolog nem lesz olyan egyszerű. De lássuk a medvét! Au revoir Párizs!

### IX. feladat – 8 pont

– Megérkeztünk. Az évszám 2060 – mondta a Mágus.

– Furcsa, azt gondoltam, hogy minden teljesen megváltozik, az emberek repülő autókkal járnak. Ehelyett sétálókat és biciklizőket látok – lepődött meg Jancsi.

– Az emberiség idővel rájött, hogy nem jó, ha minden fejlesztés az egyén életét teszi kényelmesebbé – az emberek ugyanis végletesen ellustultak. De hogy válaszoljak a kérdésére, nézzünk be egy múzeumba.

A múzeumba belépve Jancsi megpillantott egy érdekes táblát:

*„A 2008-as gazdasági válság megrázta a fejlett világot, azt követően ugyanis évekig nem tudott helyreállni a hitelezés és a gazdasági növekedés. Azonban, hogy visszahozzák és biztosítsák a piacok pénzbőségét 2015-ben brit közgazdászok megalkották a Pénzkiadó Automátát. Ennek működési elve röviden a következő:*



*Vásárolva a boltban egy új Pénzkiadó Automátát kapunk hozzá egy érmét. Ezt bedobva az automata végtelen sok érmét dob ki (a természetes számokkal megszámozva). A továbbiakban a kiadott érmék közül bármelyik érmét bedobva ismét végtelen sok érmét kapunk és így tovább. Az automata minden kiadott érmére két természetes számot ír rá: az egyik azt jelöli, hogy hányadik bedobás után esett ki az adott érme, a másik pedig, hogy a kidobott érmék közül hányadikként.*



*Múzeumunk őrzi néhány példányát az így gyártott érméknek.*

*Sajnálatos azonban, hogy a világgazdaság állapota nem javult a Pénzkiadó Automaták bevezetése után sem. A kapzsi tulajdonosok ugyanis nem elégedtek meg egyszeri használattal – egyre többször dobálták be érméiket illetve igyekeztek ezt minél gyorsabban tenni és automatizálni. Megalkották a pénzbedobó robotokat, melyek tetszőlegesen kis idő alatt képesek voltak bedobni egy érmét.*

*Nagy meglepetésükre azonban miután a robotok minden  $n$  természetes számra bedobták az  $n$ -edik érmét, az összes pénznek nyoma veszett. A vitrin jobboldalán látható a TIME magazin 2016 októberi különszáma, melynek címe 'Where is the money'?...”*

– Mágus, ezt nem értem. Bedobva egy pénzérmét végtelen sok érmét ad ki a gép. Hogy lehet, hogy mégis elfogy az összes pénz? – hitetlenkedett János.

– A lényeges különbség abban van, hogy a robotok, mivel egyre kevesebb idő alatt dobták be a pénzt, véges idő alatt végtelen sokszor tudtak újra bedobni – válaszolta a Mágus.

### **IX. Hogyan lehetséges ez? Mi lehetett a robotok programja, amely ezt eredményezte?**

– Á, kezdem kapizsgálni. Hát igen, az emberiségnek még sokat kell tanulni a hibáiból – sóhajtott Jancsi. – Menjünk inkább haza. Egy kicsit elfáradtam.

Pár pillanat múlva már az Euklideszi téren voltak megint, a nap épp úgy sütött a sárguló levelekre, mint először.

– Kedves János! Örültem, hogy Önnel utazhattam, térben és időben.

– Köszönöm, sok tapasztalatot szereztem. Mágus, milyen nap van ma?

– Vasárnap van, az a bizonyos, amelyiken először találkoztunk. Naivitás lett volna azt hinni, hogy nem tudom, hogy nincs iskolai szünet – nevetett a Mágus – remélem, még találkozunk!

A Mágus a következő pillanatban már nem volt ott. János egyedül találta magát az Euklideszi téren, amely most a szokásosnál is sokkal tágasabbnak tűnt. Egy keveset várt még, majd hazafelé vette az irányt.

**Pontozás:** összesen 87 pont

**JÓ VERSENYZÉST KÍVÁNUNK!**