

# BOLYAI KOLLÉGIUM LEVELEZŐS VERSENYE

## 3. FORDULÓ

Beküldési határidő: **2013. április 15.**

A versennyel kapcsolatos további információk, a melléletek és a feladatsorban szereplő képek nagy méretű változatai a <http://www.bolyai.elte.hu/> honlapon található.

Beküldési cím és kapcsolattartás: [verseny@bolyai.elte.hu](mailto:verseny@bolyai.elte.hu)

### I. feladat – 13 pont

Jancsika az accrai Kotoka Nemzetközi Reptérre érve tudta meg, hogy a járatot amire a jegye szolt törölték, így csak New Yorkon keresztül tud hazautazni frankfurti átszállással. A következő 16 órát, vagyis az indulásig tartó időt, a reptéri magazinban talált fejtörő megoldásának szentelte.

**I. Az alábbi listában igaz, hamis, és megoldatlan (2012. dec. 31-ig nincs a matematikus társadalom által elfogadott megoldásuk) állítások szerepelnek. Találjátok ki minél többről, melyik csoportba tartozik. Pontozzuk az igaz állításokra adott bizonyításokat, a hamisakra adott cáfolatokat, és a lista alapján levont egyéb következtetéseket.**

*Segítség: a feladatsoron belüli hivatkozások egy kivételével igazak.*

1. Minden háromszög magasságpontja a háromszögön belülré esik.
2. Létezik olyan szám, amelynek a 7. hatványa 7777777-re végződik.
3. Minden páros pozitív egész előáll legfeljebb két prím összegeként.
4. Az ötödik és a második állítás közül pontosan egy igaz.
5. A harmadik állításra széles körben ismert csak középiskolás eszközökkel használó bizonyítás.
6. Ha hétszer egymás után dobunk egy dobókockával, ugyanannyi az esélye annak, hogy {a dobott számok összege páratlan}, mint annak, hogy {hamarabb dobunk kettést, mint ötöst, feltéve, hogy kettést és ötöst is dobunk}.
7. Minden  $2^{2^k} + 1$  alakú szám prím.
8. Ha van három ház, és három kút, és minden háztól minden kútig vezet egy út, akkor van az utak között kettő olyan, amik keresztezik egymást.
9. A hetedik állítás pontosan akkor igaz, ha az első nyolc állításból legalább kettő megoldatlan probléma.
10. Egy  $n$  csúcúságú fagráf csúcsait megcímkézhetjük az  $\{1, 2, \dots, n\}$  számokkal (mindegyiket pontosan egyszer használva) úgy, hogy az élekre a végpontjaik címkéinek különbségét írva pontosan az  $\{1, 2, \dots, n-1\}$  számokat kapjuk.
11. Ha egy kockát egy síkkal elmetszve egy szabályos sokszöget kapunk, akkor az egy szabályos háromszög vagy egy négyzet.
12. 9 ember között mindig van 3, akik közül mindenki mindenkinek barátja, vagy 4, akik közül senki senkinek sem barátja.

13. Az első tizenkét kérdésben a megoldatlanok száma, a hamisak száma és az igazak száma egy háromtagú számtani sorozatot alkot.
14. Végtelen sok  $2^p - 1$  alakú prímszám van.
15. A kakaó és az alkoholmentes sör közül pontosan az egyiket szeretem.
16. Minden nemnulla természetes számhoz létezik a Fibonacci sorozatnak olyan eleme, ami osztható az adott számmal.
17. Egy üres ráctetraéder térfogata mindig azonos. (3 dimenzióban az a síkbeli tétel, hogy minden üres rácsháromszög területe  $1/2$ )
18. Ha adott egy véges halmaz, és a részhalmazainak egy nemüres, és nem csak az üres halmazt tartalmazó rendszere, amely zárt az unióképzésre (a halmazrendszer bármely kettő elemének az uniója is eleme a halmazrendszernek), akkor a halmaznak biztosan van olyan eleme, ami a halmazrendszer elemeinek legalább a felében benne van.
19. A 13-14-15-16-17-18 kérdések között különböző paritású darab megoldatlan és hamis állítás van, de az igaz és hamis állítások számának paritása megegyezik.
20. Egy Artin-gyűrű Jacobson-radikálja szerinti faktora véges sok, ferdetest feletti mátrixgyűrű direkt szorzatával izomorf.

## II. feladat – 5 pont

A repülőn Jancsi a térd elhelyezésére használható hely hiánya ellenére kiválóan aludt, egészen addig, amíg a stewardess meg nem szólalt:

– Sajnos a pilótánk a nap mint nap belélegzett műanyagfüst hatására – hát tudják, hogy van ez.... – mondta egykedvűen – Azért köszönjük, hogy az Uganda Wings „Tebaatusasula!” járatát választották! A másodpilóta kényszerleszállása a vártnál jobban sikerült, Jancsi egyedüli túlélőként ébredt egy homokos tengerparton.

Amikor Jancsika kikászálódott a roncsok közül végignézett a parton, de civilizációnak nyomát sem látta.

– Vajon hol lehetek? Szigeten vagy földrészen egyáltalán?

Nem esett kétségbe, mert eszébe jutott, hogy aznap éppen június 22., a nyári napforduló volt és mielőtt még becsapódtak volna, a monitoron a következő feliratot látta: „Hamarosan megérkezünk, tekintsenek ki az ablakon a csodálatos kilátásért! Az egyenlítőől északra különösen gyönyörű ilyenkor az óceán. Még több mint egy óra van hátra az útból, most tartunk a nyugati hosszúság  $165^\circ$ -nál.” Ezután pedig egy Tuoise Muiiton táska reklám következett...

– Hm...most lehet dél. Az árnyékokból megállapíthatom a napsugarak beesési szögét. Kb.  $61,50^\circ$ . Ezek szerint meg tudom állapítani, hogy hol vagyok! – gondolta – Bárhol, csak ne egy lakatlan szigeten...

## II. Állapítsátok meg, hol van Jancsi!

**III. feladat – 10 pont**

Miközben felderítette a szigetet, végiggondolta, mire kell felkészülnie, mire lesz szüksége a túléléshez.

**III. a) Jellemezzetek egyet-egyét a következő képzeletbeli élőlények közül (állat, növény, és gomba), ha az a lehető legjobban alkalmazkodott a száraz, meleg, napfényes, táplálékban/tápanyagban szegény, sziklás vidékhez!**

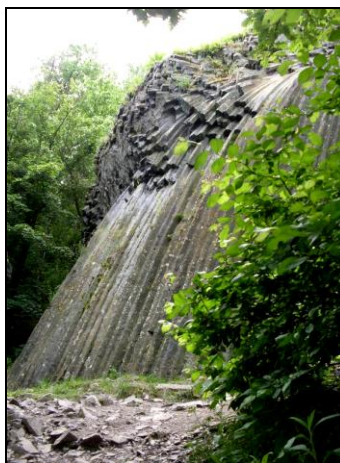
**III. b) Mit tennétek, ha be kellene cserkésznetek egy hálóval egy szitakötőt, illetve el kellene kapnotok pusztá kézzel egy nyulat?**

**III. c) Hogy tanítanátok meg a kutyátoknak, hogy várja meg, amíg megtörlöd a lábát, amikor sétáltatásból hazaértek? Milyen tanulási folyamat ez?**

**III. d) Miről lehet felismerni a gyorsan futó ragadozó állatokat? Miben különböznek a „hosszútávfutóktól”?**

**IV. feladat – 8 pont**

Néhány órás séta után körbeért, és kénytelen volt megállapítani, hogy egy lakatlan szigeten van, emberi tevékenységnek semmi nyomát sem találta. Azonban sétájának végén néhány sziklára lett figyelmes.



A tengerparton sétálgatva Jancsi egy igen érdekes képződményre lett figyelmes. Előtte, mint egy-egy kémény, három szikla állt ki a vízből. Az egyik nagyjából a közepe táján elágazott, a talajjal 30°-os szöget bezáró henger alakú kőtömb tartozott hozzá. Ez felkeltette Jancsi érdeklődését, ezért közelebb ment hozzá. Ahogy szembekerült a szikla elágazó végével, látja, hogy egészen érdekes a felszíne (keresztmetszetben látta). Egy középpontból a henger felszínének minden irányába a kőzet sugaras elvállása volt megfigyelhető. Közelebb lépett, majd plagioklász-, piroxén- és olivinkristályokat fedezett fel a kőzetben.

**IV. a) Milyen kőzetet láthatott Jancsi? Milyen volt a sűrűsége a gránithoz viszonyítva? Hogyan alakulhatott ki az adott alakzat? Minek köszönheti a sugaras elvállást?**

**IV. b) A Kárpát-medencében hasonló kőzettel találkozhatunk például Somoskő közelében. Milyen elvállást figyelhetünk meg Somoskő esetében? Mikor és hogyan keletkezett a somoskői kőzet?**

Ahogy ott állt, és gondolkozott, hogy ez mitől lehet, már egészen besötétedett, ezért elindult visszafelé. Alig ment azonban néhány száz métert, szomorúan konstataálta, hogy a part eltűnt, és helyette csak a vizet látja.

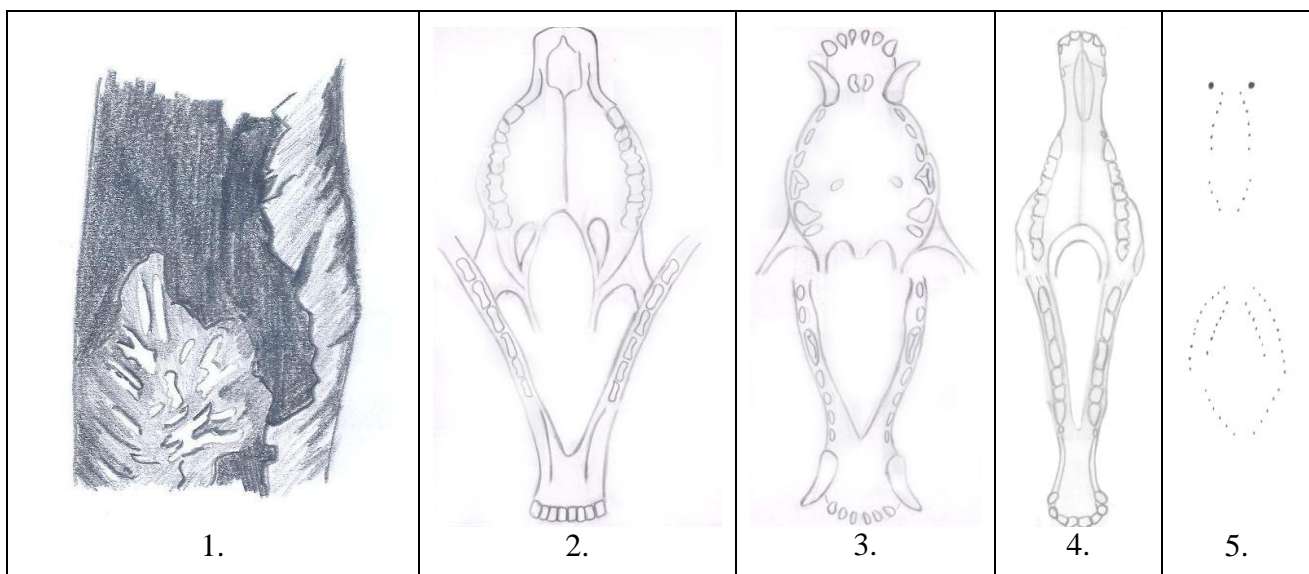
**IV. c) Hány órákor volt ez?**

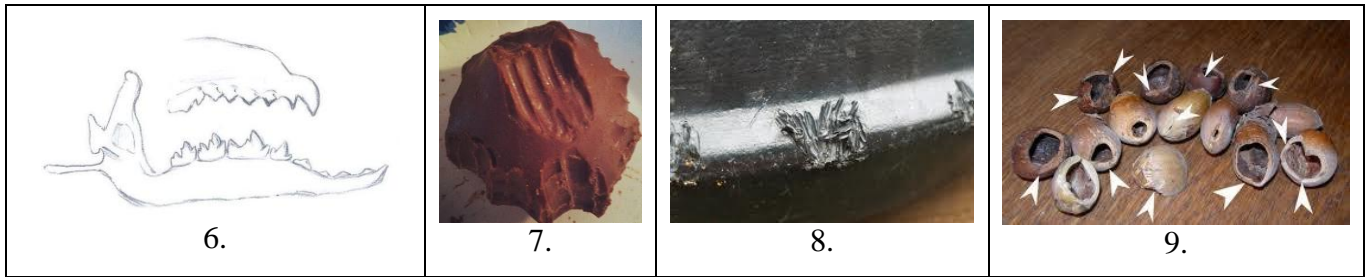
**V. feladat – 5 pont**

Jancsi megijedt a hirtelen sötétől. Egy szélvédett zugot akart keresni a közelben, ahol átvészeli az estét. Szerencsére talált is egy kis mélyedést, amiben még a térdei elhelyezésére is jutott hely, így hamar elnyomta az álom.

A reggeli napfény több meglepetést is tartogatott számára. Először is bántotta a szemét, erre ébredt fel. Másodjára viszont észrevette, hogy az éjszakai menedéke egy földalatti folyosó bejárata. Hamar körülnézett odabenn, a berendezés és a tárgyak alapján azt gondolta, hogy egy katonai megfigyelőállásként szolgálhatott a kis bunker, amiben sok hátramaradt dolgot talált, mindenféle elektronikai kacat mellett még élelmiszert is. Azonban odabent minden, ami volt, meg volt rágva.

**V. Ismerjétek fel a harapásnyomok és fogsorok alapján az állatokat!**

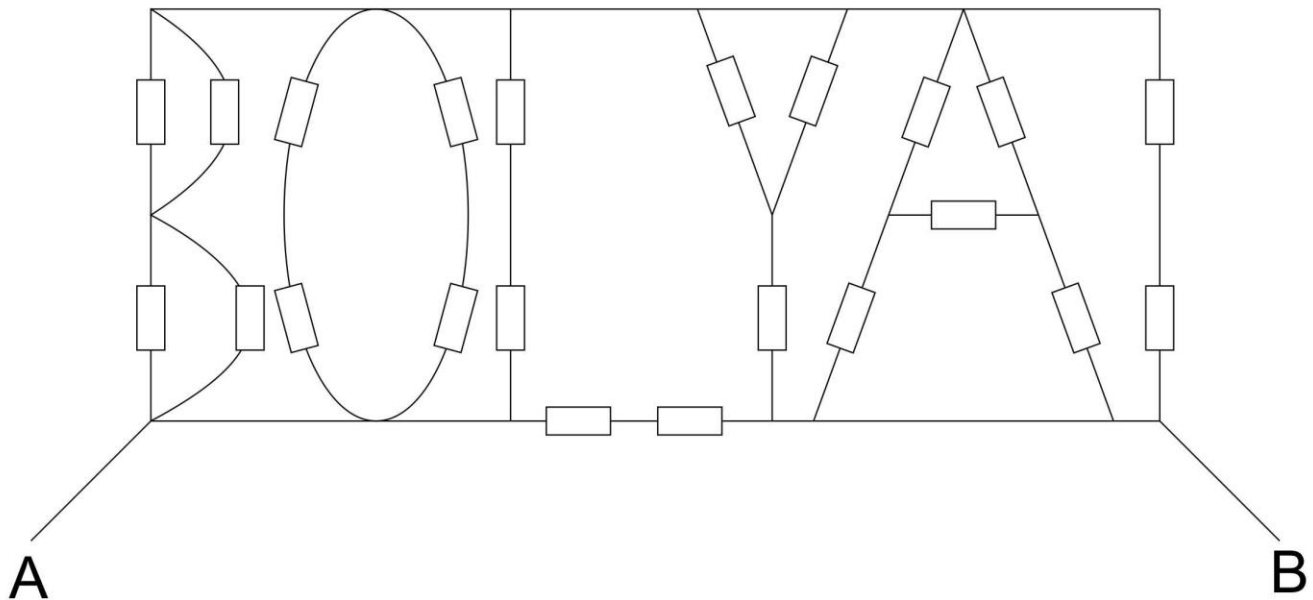




**VI. feladat – 10 pont**

Miután Jancsi megcsodálta a helyi fauna vasfogainak nyomát, figyelme áthelyeződött az elektronikai kacatokra. Remélte, hogy talál egy működő rádiót, azonban egy használható eszközhöz javításokra volt szükség.

**VI. Határozzátok meg az ábrán látható ellenállás-hálózat eredő ellenállását az A és B pontok között, ha tudjuk, hogy minden ellenállás nagysága  $1\Omega$ !**



**VII. feladat – 7 pont**

Azonban a rádiót hiába építette meg, segítségkérésére nem kapott választ. Tovább kutakodott a bunkerben, és egy naplót talált. Ez állt benne:

*„1944. június 12. napsütés, 89F*

*A tegnap talált kincset a mai napon elrejtettem. Először is elmentem az első partraszállás helyére, ott leraktam egy kókuszdiót, majd a kókuszdiótól elsétáltam a közelben lévő egyetlen pálmafához, és onnan az óramutató járásával megegyező irányban 90°-kal elfordulva megtettem ugyanannyi lépést, mint amennyit odáig kellett. Ezt a pontot is megjelöltem egy kókusszal. Ezután visszasétáltam a kiindulási pontra, és ugyanezt elvégeztem a közelben lévő egyetlen sziklához elsétálva is, azzal a különbséggel, hogy most az óramutató járásával ellentétesen fordultam, majd a kiindulási pontot jelző kókuszt felszedtem, és a maradék kettő közé félúton elástam a kincset. Minden nyomot elrejtettem.”*

– Milyen kár, hogy nem ismerem a partraszállás helyét. – sajnálkozott Jancsi – Úgy könnyű lenne megtalálni a kincset.

Azonban kicsit tovább gondolkodott, majd elindult egy ásóval a parthoz.

**VII. Hogyan találhatja meg mégis a kincset Jancsi?****VIII. feladat – 5 pont**

Tíz perc ásás után Jancsi kezébe vehette az ezerévesnek tűnő, igényesen díszített üveg serleget. Ahogy megnézte a napfényben, először zöldnek látszott, de ha a fény átvilágította, bíborvörösnek.

*Napjainkban ezt a felfedezést már a nanotechnológia vívmányai közé sorolnánk.*

**VIII. a) Mi lehet az oka ennek a viselkedésnek?****VIII. b) Milyen adalék kerülhetett a speciális üvegbe?****IX. feladat – 12 pont**

Jancsi visszavitte a bunkerbe az értékes kincset. Mivel a rádióüzenetekre most sem válaszolt senki, újabb sétára indult. Egy magaslaton csendes tavacsoktat talált. Hamarosan magába fordulva, a víz tükrében önmagát bámulva beszélgetett. Azzal vádolta magát, hogy nem kellett volna az Uganda Wings gépére szállnia. Akkor most nem kellene ezen a szigeten várni, amíg a szervezetében beáll a termodinamikai egyensúly, és mellesleg még depressziós sem lenne. Ekkor hirtelen eszébe jutott egy mentő ötlet: a zsebében megtalálta egy régi jegyzetét, ami a ciklohexán rajzolásról szól. Már évek óta meg szeretett volna tanulni szabályos ciklohexánt rajzolni, de sosem volt ilyesmire ideje. Itt a remek alkalom, legalább valamivel elúzheta az unalmát, gondolta.

Amikor úgy érezte, hogy már jól megy a rajzolgatás, újból elfogta a honvágó és az unalom, elkomorodott az arca, és megint a vízparton találta magát. A tó tükröződéséről eszébe jutott, hogy az imént épp az enantiomer párja szólította meg. Elgondolkodott azon, hogy a molekuláknál mi lehet a helyzet hasonló szituációban...

**IX. a) Mit nevezünk kiralitásnak? Soroljatok fel különböző kiralitástípusokat! Hozzatok példát mindegyikre!**

*A mellékelt leírásból (Varga Szilárd: Szerves kémiai összefoglaló, 26-27. oldal) megtanulhatjátok, hogyan kell szabályos ciklohexánvázat rajzolni. Az alábbi kérdések megválaszolásához először gyakorold ezt be, a megoldásban csak szabályos rajzokat tudunk elfogadni.*

**IX. b) Hány különböző 1-klórciklohexánt tudunk kémiai módszerekkel megkülönböztetni szobahőmérsékleten? Mi a helyzet az abszolút nulla fok közelében? Rajzoljátok fel a lehetőségeket!**

**IX. c) Hány különböző 1,3-dibrómciklohexánt ismertek? Rajzoljátok fel őket! Milyen viszonyban vannak egymással ezek a vegyületek?**

**IX. d) Hány különböző 1-klór-4-metilciklohexánt tudtok felrajzolni? Rajzoljátok fel őket! Legyetek nagyon körültekintőek az összeszámlálásnál!**

**X. feladat – 5 pont**

A hosszas elmélkedésből motorzúgás rázta fel. Riadtan nézett körül, és látta, hogy valaki egy hátimotoros siklóernyővel közelít. Integettet neki. Szerencséjére az illető észrevette őt és leszállt a tó partjára.

- Hála istennek! Megmenekültem! – ujjongott Jancsi – Haza tudsz vinni?
- Az attól függ, tudsz-e nekem segíteni.
- Bármiben, csak vigyél haza.

**X. Feladatotok, hogy segítsetek a hátimotoros siklóernyővel csempészárut szállítóknak. Mivel jó kapitalista módjára maximalizálni szeretnék a profitot a legrövidebb (útban) utat kell választanotok. Jelöljétek be térképen az útvonalat! (Nem muszáj mérnöki pontossággal, maximum 2 mondatos kommentárral pontosíthatjátok!) A megbízások a következők:**

1. London-Los Angeles
2. Budapest-Zürich
3. Kairo-Juba (Dél-Szudán)
4. Zürich-Ulánbátor

*Megjegyzés: Tényleg a legrövidebb úton mennek, nem kell leszállniuk és az időjárás is kedvező; A légvonalban megoldás bár helyes, de nem elégséges!*

**XI. feladat – 15 pont**

Jancsi közreműködésével a vállalkozás +30% profitra tett szert. Hálájuk jeléül a dolgozók egy első osztályú, nem Uganda Wings repülőjeggyel ajándékozták meg.

– Köszönjük, hogy kioptimalizáltad az útvonalat. A reptérre csak egy hét múlva tudunk eljuttatni a megszorított Interpol járőrözések miatt. Tényleg, van olyan szó, hogy kioptimalizálni? Egyébként is van értelme annak a kérdésnek, hogy van-e olyan szó, hiszen a szavakat mi magunk alkotjuk... – kérdezte

Immanuel Can't Händel d'Power, a csempészek vezetője, aki szabadidejében szívesen olvasta idealista filozófusok munkáit.

– Ez azért nem egészen így van. A hivatalosan elfogadott szavakat egy külön szerv fogadja el minden országban. Nálunk például, ha jól tudom, az MTA Nyelvtudományi Intézete. De ne kritizáljuk tovább a józan észet. Egyébként örülök, hogy segíthettem, különösképpen azért, mert egy repülőjegyet kaptam cserébe. – válaszolt okosan Jancsi.

– Nekünk most mennünk kell, jövő héten jön érted Søren, és elvisz a reptérre. Üdv és kívánom, hogy találj értelmet ebben a felkavarodott világban! – mondta Immi, és felpattant a hátimotoros ernyőjére.

– Ha már ennyi ideig itt kell lennem, felfoghatnám az egészet nyaralásként – gondolta Jancsi.

– De akkor egész nap lógatnom kellene a lábam, az meg elég unalmas. Inkább megcsinállok néhány kísérletet, amiket már régóta el akartam végezni.

**XI. Készítsétek el az alábbi kísérleteket, töltsétek ki a hozzájuk kapcsolódó táblázatot és csatoljátok fényképeket a kísérletek fázisairól!**

**1. Fotoszintézis I.**

A kísérlet elvégzéséhez borítsatok be egy levelet fekete kartonpapírral néhány napra, majd szedjétek le a levelet egy normál levéllel együtt. A leveleket külön-külön főzzétek ki először forró vízben, majd forró alkoholban (70% etanol). Az így előkészített levelekre cseppentsetek betadine-t. Szebben látható az eredmény, ha a cseppentés előtt a leveleket óvatosan csipesszel széthajtogatjátok.

**2. Fotoszintézis II.**

Néhány zöld levelet egy kevés homokkal dörzsmozsárban zúzzatok szét, majd adjatok hozzá alkoholt, és az így nyert pépet töltsétek egy kis főzőpohárba, amibe állítsatok írókrétát, vagy szűrőpapírt. (A poharat parafilmel fedjétek le.)

**3. Antociánok**

Konyhai turmixszal készítsetek lila káposztából natúr levét, amit szűrés és a növényi részek eltávolítása után hígítsatok fel desztillált vízzel. Ezután három kisebb főzőpohárba egyenlően osszátok szét a folyadékot. Az első mintához adjatok ecetet, a másodikhoz szappanoldatot, a harmadikhoz konyhasóoldatot.

*Figyelem: A kísérleteket az iskolai laboratóriumban, tanári felügyelet mellett végezzétek! Az alkoholt vízfürdőben melegítsétek, ügyeljétek egymás testi épségére és tartsátok be a tűz és balesetvédelmi előírásokat!*



<b>A kísérlet típusa:</b>	<b>Tapasztalat:</b>	<b>Magyarázat:</b>
<b>Fotoszintézis I.</b>		
<b>Fotoszintézis II.</b>		
<b>Antociánok</b>		

A hét hamar eltelt a kísérletezgetéssel, így Jancsi sikeresen hazajutott a levelezős verseny beküldési határideje előtt.

**Pontozás:** összesen 95 pont

**JÓ VERSENYZÉST KÍVÁNUNK!**