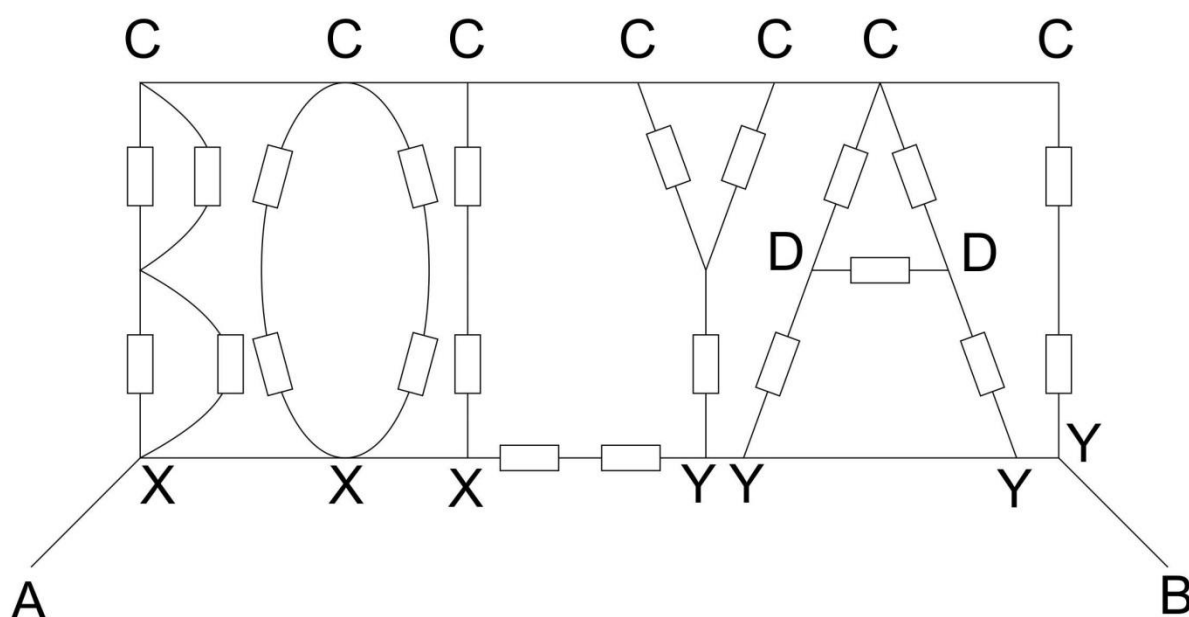
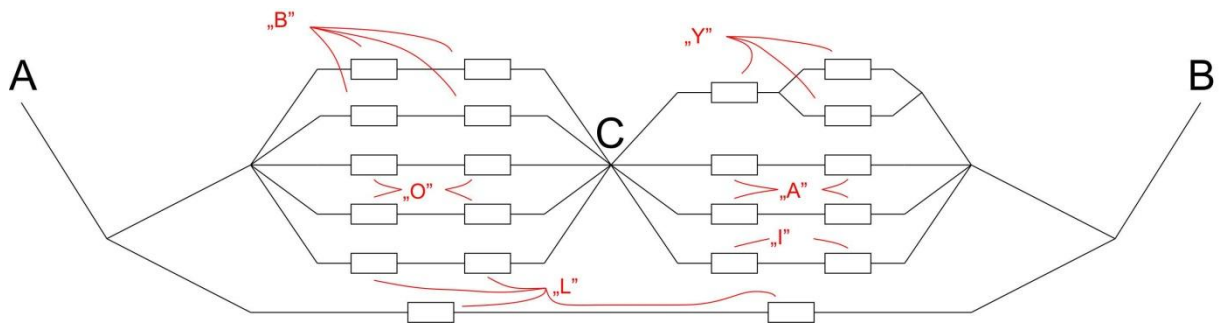


Megoldás a Bolyai Kollégium Levelezős Versenye III. forduló/VI. feladatához

Egy rendszer eredő ellenállása két pont között kísérletileg úgy határozható meg, hogy tetszőleges U feszültséget a két pont közé kapcsolva mérjük a rendszeren átfolyó I áramerősséget. Ezen mennyiségek ismeretében az eredő ellenállás $R_e = U/I$. Egy rendszer eredő ellenállását természetesen elméleti úton is meg tudjuk határozni, sok trükk ismert erre. Ezen trükkök egyike, hogy ha bizonyos pontok ugyanazon a feszültségen vannak („ekvipotenciálisak”), akkor ezen pontok összeköthetők vezetékkel, és „egy pontba húzhatóak”. Ennek oka, hogy a berajzolt vezetéken nem folyik áram, hiszen ez csak feszültség hatására történik meg. Két pont több okból lehet ekvipotenciális, egyik ok például, hogy ha a két pont elhanyagolható ellenállású huzallal van összekötve. Két pont szimmetriaokból is lehet ekvipotenciális, vagyis akkor, ha például azonos szerepet töltenek be a rendszerben. Másik trükk, hogy ha egy vezetéken nem folyik áram, akkor azt el lehet távolítani a rendszerből, ottléte nem befolyásolja a rendszer eredő ellenállását.



Elemezve a megadott ellenállás-hálózatot láthatjuk, hogy az „X” betűvel jelzett pontok azonos potenciálra vannak az „A” ponttal, az „Y” betűvel jelzettek pedig a „B” ponttal. A „C” betűvel jelzett pontok egymással ekvipotenciálisak, hiszen ellenállás nélküli huzallal vannak összekötve. A „D” betűvel jelölt pontok szimmetriaokból ekvipotenciálisak, így a köztük levő ellenálláson nem folyik áram, azt el lehet onnan távolítani. Ezeket kihasználva át lehet rajzolni az ellenállás-hálózatot.



Az ábrázolt ábrán már csak párhuzamos és soros kapcsolások találhatók, így a rendszer eredő ellenállásának kiszámítása innen nem tartalmaz további nehézséget. A számítás módja és eredménye:

$$\begin{aligned}
 R_{AB} &= \frac{1}{\frac{1}{1+1} + \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{1+1} + \frac{1}{1+1} + \frac{1}{1+1} + \frac{1}{1+1} + \frac{1}{1+1}} + \frac{1}{\frac{1}{1 + \frac{1}{1+1}} + \frac{1}{1+1} + \frac{1}{1+1} + \frac{1}{1+1}}} \Omega = \\
 &= \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}} + \frac{1}{\frac{1}{\frac{2}{2} + \frac{1}{2}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}}} \Omega = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{\frac{5}{2} + \frac{1}{\frac{2}{3} + \frac{3}{2}}}} \Omega = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{2}{\frac{5}{2} + \frac{4}{\frac{1}{6} + \frac{9}{6}}}} \Omega = \\
 &= \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{\frac{5}{2} + \frac{6}{13}}} \Omega = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{\frac{26}{65} + \frac{30}{65}}} \Omega = \frac{1}{\frac{28}{56} + \frac{65}{56}} \Omega = \frac{56}{93} \Omega \approx 0,602 \Omega.
 \end{aligned}$$

Így a rendszer eredő ellenállása A és B pontok között $R_{AB} = 56/93 \Omega \approx 0,602 \Omega$.